

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

до виконання розрахунково-графічного завдання  
з дисципліни

**ОПТИМІЗАЦІЙНІ**  
**МЕТОДИ І МОДЕЛІ**

*(для студентів всіх форми навчання  
за напрямом підготовки 6.030504 – Економіка підприємства)*

Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічного завдання з дисципліни «Оптимізаційні метод та моделі» (для студентів всіх форм навчання за напрямом підготовки 6.030504 – Економіка підприємства) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; уклад. : В. О. Єсіна. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2015. – 20 с.

Укладачі: В. О. Єсіна

Рецензент: доц., к.е.н. Н. М. Матвєєва

Рекомендовано кафедрою економіки підприємств, бізнес-адміністрування та регіонального розвитку, протокол № 1 від 27. 08. 2013 р

## ЗМІСТ

	Стор.
Вступ.....	4
1 Сутність та основні вимоги до оформлення та змісту розрахунково-графічного завдання.....	5
2 Методичні вказівки до виконання першого завдання.....	6
3 Методичні вказівки до виконання другого завдання.....	7
4 Методичні вказівки до виконання третього завдання.....	9
Додаток А. Зміст та вихідні дані першого завдання.....	11
Додаток Б. Зміст та вихідні дані другого завдання.....	15
Додаток В. Зміст та вихідні дані третього завдання.....	17
Перелік використаних джерел.....	19

## ВСТУП

Сучасний етап розвитку нашої держави зумовлює високі вимоги до оцінки ефективності функціонування економічних систем різних рівнів. Але основна увага приділяється саме підприємству як первинній, основній, самостійній ланці народного господарства, що створює конкретні економічні блага, а отже, є першоосновою національного багатства України.

До економічних завдань оптимізаційного типу відносяться завдання, в яких потрібно знайти найкраще або оптимальне рішення при заданих умовах виробництва. Такі завдання називаються завданнями на максимум або мінімум. Особливістю завдань оптимізаційного типу є багатоваріантність їх рішень, обумовлена наступними причинами: взаємозамінністю ресурсів; взаємозамінністю готових видів продукції; існуванням альтернативних технологій виробництва; неоднаковістю техніко-економічних показників навіть однотипних господарських суб'єктів.

Основним методом розрахунку та моделювання економічних систем та розв'язання задач із великою кількістю невідомих є лінійне програмування.

Лінійне програмування – це назва, дана комбінації інструментів використовуваних у науці про управління. Цей метод вирішує проблему розподілу обмежених ресурсів між конкуруючими видами діяльності з тим, щоб максимізувати або мінімізувати деякі чисельні величини, такі як маржинальний прибуток або витрати. У бізнесі він може використовуватися в таких областях як планування виробництва для максимального збільшення прибутку, підбір комплектуючих для мінімізації витрат, вибір портфеля інвестицій для максимізації прибутковості, оптимізація перевезень товарів з метою скорочення відстаней, розподіл персоналу з метою максимально збільшити ефективність роботи і складання графіка робіт у цілях економії часу.

Дане розрахунково-графічне завдання присвячена практичному засвоєнню деяких оптимізаційних методів на конкретному числовому матеріалі.

## 1 СУТНІСТЬ ТА ОСНОВНІ ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ТА ЗМІСТУ РОБОТИ

Дане розрахунково-графічне завдання складається з трьох розрахункових завдань, що презентують основні розділи дисципліни «Оптимізаційні методи та моделі».

Варіанти завдань обираються за останньою цифрою номеру залікової книжки студента.

*Перше* завдання присвячено *моделюванню задач та знаходження оптимального плану* на основі розрахунку задачі графічним методом.

*Друге* завдання допоможе засвоїти навички розв'язання задач лінійного програмування за допомогою симплекс-методу.

*Третє* завдання присвячено вивченню двох методів розв'язання транспортної задачі, а саме: метод північно-західного кута (діагональний метод) та метод найменших витрат.

Конкретні рекомендації та вихідні дані для виконання завдань даного розрахунково-графічне завдання розміщені в розділах 2-4 та додатках даних вказівок.

Розрахунково-графічне завдання виконується на листах формату А4, кожне наступне завдання починають виконувати з нового аркушу. Робота повинна включати:

- *вступ*, в якому надають визначення, основні цілі та завдання оптимізаційних методів та моделей та коротку характеристику тих розділів дисципліни, яким присвячені завдання роботи;
- *три завдання* розрахунково-графічного завдання роботи. У першому завданні побудований графік знаходження оптимального плану має бути розміщений на окремому аркуші;
- *стислі висновки*, в яких повинні бути викладені основні результати розрахунків;
- *список використаної літератури*, що має містити не менш, ніж як 5 джерел;

Розрахунково-графічне завдання можна виконувати у рукописному вигляді чи за допомогою ЕОМ за умови виконання усіх вимог, що зазначені вище.

## 2 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ПЕРШОГО ЗАВДАННЯ

Вихідні дані до даного завдання розрахунково-графічного завдання наведено в Додатку А до цих вказівок.

Метою роботи є навчитися моделювати умови задач для проведення розрахунків оптимального плану графічним методом. Побудова математичної моделі – найбільш складна частина лінійного програмування, що вимагає перекладу розглянутої задачі в систему змінних величин, рівнянь і нерівностей – процес, в кінцевому підсумку залежить від навичок, досвіду, здібностей і інтуїції укладача моделі.

### *Математична модель задачі складається з таких елементів*

1. Цільова функція (критерій оптимальності). Дану функцію будемо позначати через  $F(x)$ . Вона повинна кількісно відображати значення мети в залежності від значень невідомих змінних. Цільова функція може бути на знаходження максимального значення (прибуток підприємства) або мінімального значення (собівартість, витрати).

2. Обмеження завдання. У реальному економічному системі існують обмеження, наприклад, на обсяг використовуваних ресурсів, які повинні бути враховані при побудові математичної моделі. Обмеження повинні бути записані у вигляді математичних співвідношень (рівнянь або нерівностей).

3. Умови невід'ємності змінних. Невідомі змінні задачі відображають деякі реальні параметри економічної системи, які, як правило, не можуть брати негативних значень, тому відповідні невідомі змінні повинні бути додатними або нульовими.

Для розв'язування двовимірних задач лінійного програмування, тобто задач із двома змінними, а також деяких тривимірних задач застосовують графічний метод, що ґрунтується на геометричній інтерпретації та аналітичних властивостях задач лінійного програмування. Обмежене використання графічного методу зумовлене складністю побудови багатогранника розв'язків у тривимірному просторі (для задач з трьома змінними), а графічне зображення задачі з кількістю змінних більше трьох взагалі неможливе.

*Алгоритм графічного методу* розв'язування задачі лінійного програмування складається з таких кроків:

1. Будуємо прямі, рівняння яких дістаємо заміною в обмеженнях задачі знаків нерівностей на знаки рівностей.

2. Визначаємо півплощини, що відповідають кожному обмеженню задачі.

3. Знаходимо багатокутник розв'язків задачі лінійного програмування.
4. Будуємо вектор  $\bar{N} = (c_1; c_2)$ , що задає напрям зростання значення цільової функції задачі.
5. Будуємо пряму  $c_1x_1 + c_2x_2 = const$ , перпендикулярну до вектора  $\bar{N}$ .
6. Рухаючи пряму  $c_1x_1 + c_2x_2 = const$  в напрямку вектора  $\bar{N}$  (для задачі максимізації) або в протилежному напрямі (для задачі мінімізації), знаходимо вершину багатокутника розв'язків, де цільова функція набирає екстремального значення.
7. Визначаємо координати точки, в якій цільова функція набирає максимального (мінімального) значення, і обчислюємо екстремальне значення цільової функції в цій точці.

### 3 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ДРУГОГО ЗАВДАННЯ

Вихідні дані до даного завдання розрахунково-графічного завдання наведено в Додатку В до цих вказівок.

**Симплекс-метод** – метод лінійного програмування, який реалізує раціональний перебір базисних допустимих рішень, у вигляді кінцевого ітеративного процесу, необхідно покращувати значення цільової функції на кожному кроці.

Застосування симплекс-методу для задачі лінійного програмування передбачає попереднє приведення її формальної постановки до канонічної форми з  $n$  невід'ємними змінними:  $(X_1, \dots, X_n)$ , де потрібно мінімізація лінійної цільової функції при  $m$  лінійних обмеженнях типу рівностей. Серед змінних завдання вибирається початковий базис з  $m$ -змінних, для визначеності  $(X_1, \dots, X_m)$ , які повинні мати невід'ємні значення, коли решта  $(n-m)$  вільні змінні рівні 0. Цільова функція та обмеження рівності перетворюються до діагональної формі щодо базисних змінних, змінних, де кожна базисна змінна входить лише в одне рівняння з коефіцієнтом 1.

Дана формальна модель задачі лінійного програмування зазвичай задається у формі, так званої симплекс-таблиці, зручної для виконання операцій симплекс-методу:

#### *Алгоритм симплексного методу*

При вирішенні задачі лінійного програмування симплексним методом необхідно виконати наступну послідовність дій.

1. Перевіряється, чи знаходиться задача лінійного програмування в канонічній формі. Якщо ні, то необхідно її перетворити.
2. Перевіряється наявність вихідного опорного плану. При його

відсутності задача не може бути вирішена звичайним симплекс-методом. Існують інші модифіковані методи для вирішення таких завдань.

3. Проводиться побудова вихідної симплексної таблиці.

4. Перевіряються значення оцінок в індексному рядку ( $F(x) = \Delta_j$ ). Якщо немає від'ємних оцінок, то виписується оптимальне рішення і алгоритм закінчує свою роботу. В іншому випадку виконується пункт 5.

5. У базис вводиться вектор, якому відповідає найбільша від'ємних оцінка. Даний стовпчик називається направляючим.

6. З базису виводиться вектор, якому відповідає найменше значення  $Q$ , що заходиться за формулою:

$$Q = \frac{b_i}{x_i},$$

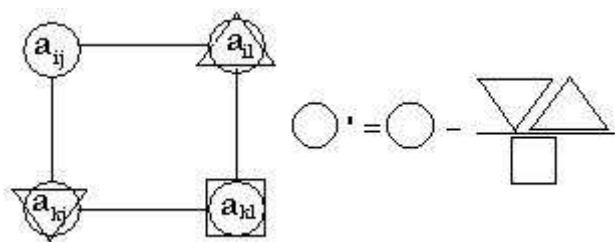
де  $b_i$  – вільний член відповідної змінної;

$x_i$  – відповідне значення змінної в направляючому стовпчику.

Цей рядок називається направляючим. На перетині направляючих стовпчика та рядка знаходиться розв'язувальний елемент.

7. Перехід до нового опорного плану задачі здійснюється визначенням розв'язувального елемента та розрахунками елементів нової симплексної таблиці. Відповідним чином змінюються значення направляючого рядка на направляючий стовпчик. На місці розв'язувального елемента нової симплекс-таблиці записується «1», а інші клітинки стовпчика заповнюються «0».

Схему перетворення елементів в нову симплекс-таблиці (крім направляючого рядка і направляючого стовпчика) називають схемою «прямокутника».



Розв'язувальний елемент  $a_{ij}$  відповідні йому три сомножителя якраз і є вершинами «прямокутника».

8. Повторення дій, починаючи з п.4. Далі ітераційний процес повторюють, доки не буде визначено оптимальний план задачі.

У разі застосування симплекс-методу для розв'язування задач лінійного програмування можливі **такі випадки**.

1. Якщо в оцінковому рядку останньої симплексної таблиці оцінка відповідає вільній (небазисній) змінній, то це означає, що задача лінійного



програмування має альтернативний оптимальний план. Отримати його можна, вибравши розв'язувальний елемент у зазначеному стовпчику таблиці та здійснивши один крок симплекс-методом.

2. Якщо при переході у симплекс-методі від одного опорного плану задачі до іншого в напрямному стовпчику немає додатних елементів, тобто неможливо вибрати змінну, яка має бути виведена з базису, то це означає, що цільова функція задачі лінійного програмування є необмеженою й оптимальних планів не існує.

3. Якщо для опорного плану задачі лінійного програмування всі оцінки задовольняють умову оптимальності, але при цьому хоча б одна штучна змінна є базисною і має додатне значення, то це означає, що система обмежень задачі несумісна.

#### **4 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ТРЕТЬОГО ЗАВДАННЯ**

Вихідні дані до даного завдання розрахунково-графічного завдання наведено в Додатку В до цих вказівок.

Змістовно транспортна задача полягає у відшуванні найбільш дешевого плану перевезень деякого однорідного продукту з пунктів із заданими запасами цього продукту у пункти з відомими потребами у ньому за умови, що перевезення продукту можливе з кожного пункту зберігання у кожний пункт використання та відома вартість перевезення одиниці продукту за кожним таким маршрутом.

Всі методи побудови початкових опорних планів відрізняються лише порядком заповнення базисних клітин. Спосіб їх заповнення залишається одним і тим же, а саме, порівнюється залишок запасу із залишком потреби для вибраної клітини і мінімальна з цих двох величин заноситься у клітину. Після цього, якщо мінімум досягається на рядку, то викреслюють з таблиці рядок, якщо мінімум досягається на стовпці, то викреслюють стовпець; якщо – і на рядку і на стовпчику одночасно, то викреслюють і рядок і стовпчик, але при цьому заносять базисне нульове перевезення в одну із невикреслених клітин рядка або стовпчика, що повинні бути викреслені. Такий спосіб гарантує заповнення в точності клітини, при цьому їх множина буде ациклічною, оскільки вона будується з використанням методу викреслювання. Отже, побудований таким способом план перевезень буде допустимим і ациклічним, тобто опорним.  $m + n - 1$

**Метод північно-західного кута.** Метод має таку назву, оскільки на кожному його кроці заповнюється верхня ліва (північно-західна) не викреслена

клітина транспортної таблиці. На першому кроці заповнюється клітина (1,1).

Покладають  $x_{11} = \min(a_1, b_1)$ .

**Можливі три випадки:**

1.  $a_1 < b_1$ , тоді  $x_{11} = a_1$ , і залишки запасу у пункті  $A_i$  і потреби у пункті  $B_i$  будуть відповідно рівні  $a_1^{(1)} = a_1 - x_{11} = 0$ ,  $b_1^{(1)} = b_1 - x_{11} > 0$ . Оскільки об'єм запасу пункту  $A_1$  вичерпаний, то перший рядок транспортної таблиці викреслюють;

2.  $a_1 > b_1$ , тоді  $x_{11} = b_1$ ,  $a_1^{(1)} = a_1 - x_{11} > 0$ ,  $b_1^{(1)} = b_1 - x_{11} = 0$  оскільки, об'єм потреби у пункті  $B_1$  вичерпаний, то викреслюють перший стовпчик транспортної таблиці;

3.  $a_1 = b_1$ , тоді  $x_{11} = a_1 = b_1$ ,  $a_1^{(1)} = a_1 - x_{11} = 0$ ,  $b_1^{(1)} = b_1 - x_{11} = 0$ , і викреслюванню підлягають і перший рядок, і перший стовпчик транспортної таблиці. Щоб зберегти відповідність між заповненням клітини і викреслюванням, у цьому випадку в одну з вільних клітин першого рядка або стовпчика заноситься базисний нуль.

Після цього переходять до наступного кроку методу, знову вибираючи для заповнення невикреслену північно-західну клітину. Процес заповнення клітин і викреслювань рядків або стовпчиків продовжують доти, поки не будуть викреслені всі клітини транспортної таблиці. За побудовою план буде допустимим і ациклічним, тобто опорним. Недоліком методу північно-західного кута є те, що він не враховує специфіку матриці транспортних витрат  $C$ .

**Метод найменшої вартості.** Суть методу полягає в тому, що з усієї таблиці вартостей вибирають найменшу. І в клітину, яка їй відповідає, поміщають менше з чисел  $a_i$  або  $b_j$ . Потім, з розгляду виключають або рядок, відповідний постачальнику, запаси якого повністю витрачені, або стовпець, відповідний споживачеві, потреби якого повністю задоволені. Або й рядок і стовпець, якщо витрачені запаси постачальника і задоволені потреби споживача. З решти таблиці вартостей знову вибирають найменшу вартість, і процес розподілу запасів продовжують, поки всі запаси не будуть розподілені, а потреби задоволені.

**Алгоритм розв'язання задачі**

1. З таблиці тарифів вибирають найменшу вартість. І в клітину, яка їй відповідає, вписують менше з чисел.

2. Перевіряються рядки постачальників на наявність рядки з витраченими запасами і стовпці споживачів на наявність стовпця, потреби якого повністю задоволені. Такі стовпці і рядки далі не розглядаються.

3. Якщо не всі споживачі задоволені і не всі постачальники витратили товари, повернення до п.1, в іншому випадку задача вирішена.

## Зміст і вихідні дані першого завдання

Провести моделювання задачі та знайти оптимальний план за допомогою графічного методу розв'язання задач лінійного програмування.

1. Микола Кузнецов управляє невеликою механічним заводом. Наступного місяця він планує виготовляти два продукту (А і В), за якими питома маржинальний прибуток оцінюється в 2500 і 3500 грн. відповідно.

Виготовлення обох продуктів вимагає витрат на машинну обробку, сировину і праця. На виготовлення кожної одиниці продукту А відводиться 3 години машинної обробки, 16 одиниць сировини і 6 одиниць праці. Відповідні вимоги до одиниці продукту В становлять 10, 4 і 6. Микола прогнозує, що в наступному місяці він може надати 330 годин машинної обробки, 400 одиниць сировини і 240 одиниць праці. Технологія виробничого процесу така, що не менше 12 одиниць продукту В необхідно виготовляти в кожен конкретний місяць.

Микола хоче побудувати модель з тим, щоб визначити кількість одиниць продуктів А і В, що він повинен виробляти в наступному місяці для максимізації маржинального прибутку.

2. В орендованому водоймі проводиться вирощення коропа. Для нормального розвитку промислового рибництва в господарстві необхідно, щоб щодня риба отримувала 3 види поживних речовин у кількостях відповідно 100, 250, і 120 тис. од. Ці поживні речовини містяться в 2-х видах кормів. Вміст поживних речовин в одному кг корму наведено у таблиці.

Таблиця – Вміст поживних речовин у кормі

Живильні речовини	Кількість одиниць поживних речовин в одному кг корму	
	I вид	II вид
A1	8	4
A2	5	9
A3	3	6

Необхідно скласти оптимальний раціон годування риби, якщо відомо, що ціна одного кг I виду корму 20 грн., а II виду – 15 грн.

3. Підприємство виготовляє два види продукції – P1 і P2, що надходить в оптовий продаж. Для виробництва продукції використовуються два види сировини – А і В. Максимально можливі запаси сировини на добу складають 9 і 13 одиниць відповідно. Витрата сировини на одиницю продукції виду P1 і виду P2 дані в таблиці.

Таблиця – Витрати сировини на одиницю продукції

Сировина	Витрата сировини на 1 од. продукції		Запас сировини, од.
	P1	P2	
A	2	3	9
B	3	2	13

Досвід роботи показав, що добовий попит на продукцію P1 ніколи не перевищує попиту на продукцію P2 більш ніж на 1 од. Крім того, відомо, що попит на продукцію P2 ніколи не перевищує 2 од. на добу.

Оптові ціни одиниці продукції дорівнюють: 3 у.о. для P1 і 4 у.о. для P2.

Яку кількість продукції кожного виду має виробляти підприємство, щоб дохід від реалізації продукції був максимальним?

4. Для виробництва двох видів виробів А і В використовується токарне, фрезерні та шліфувальне обладнання. Норми витрат часу кожного з типів обладнання на один виріб даного виду наведені в таблиці. У ній же вказано загальний фонд робочого часу кожного з типів обладнання, а також прибуток від реалізації одного виробу.

Таблиця – Вихідні дані

Тип обладнання	Витрати часу (верстато-год.) на обробку одного виробу		Загальний фонд корисного робочого часу устаткування (год.)
	A	B	
Фрезерне	10	8	168
Токарне	5	10	180
Шліфувальне	6	12	144
Прибуток від реалізації одного виробу (грн.)	14	18	

Знайти план випуску виробів А і В, що забезпечує максимальний прибуток від їх реалізації.

5. Цех може випускати два види продукції: шафи і тумби для телевізора. На кожну шафу витрачається 3,5 кв.м стандартних ДВП, 1 кв.м листового скла і 1 людино-день трудовитрат. На тумбу – 1 кв.м ДВП, 2 кв.м скла і 1 людино-день трудовитрат. Прибуток від продажу 1 шафи становить 200 у.о., а 1 тумби – 100 у.о. Матеріальні та трудові ресурси обмежені: в цеху працюють 150 робітників, в день можна витратити більше 350 кв.м ДВП і більше 240 кв.м скла.

Яка кількість шаф і тумб повинен випускати цех, щоб зробити прибуток максимальної?

6. При відгодівлі кожна тварина має отримати не менше 9 од. білків, 8 од. вуглеводів і 11 од. протеїну. Для складання раціону використовують два види корми, представлених в наступній таблиці.

Таблиця – Вихідні дані

Поживні речовини	Кількість одиниць поживних речовин на 1 кг.	
	корм 1	корм 2
білки	3	1
вуглеводи	1	2
протеїн	1	6

Вартість 1 кг. корму першого виду – 4 у.о., другого – 6 у.о. необхідно скласти денний раціон поживністю, що має мінімальну вартість.

7. Фірма рекламує свою продукцію використовуючи чотири засоби: телебачення, радіо, газети та афіші. З різних рекламних експериментів, які проводилися раніше, відомо, що ці засоби приводять до збільшення прибутку відповідно на 8, 5, 7 та 3 грн. з розрахунку 1 грн. витрат на рекламу.

Розподіл рекламного бюджету з різних причин має такі обмеження:

- 1) загальний бюджет не повинен перебільшувати 600000грн;
- 2) слід витратити не більш 40% бюджету на телебачення і не більше 20% бюджету на афіші;
- 3) на радіо слід витратити принаймні половину того, що витрачається на телебачення.

Потрібно сформулювати задачу розподілу коштів на рекламу за різними напрямленнями як задачу лінійного програмування та побудуйте її модель.

8. Для пошиття одного виробу потрібно викроїти із тканини 6 деталей. На швейній фабриці були розроблені два варіанти розкрою тканини. У таблиці наведені характеристики варіантів розкрою 10 м.кв. тканини й комплектність, тобто кількість деталей певного виду, які необхідні для пошиття одного виробу.

Щомісячний запас тканини для пошиття виробів даного типу становить 405 м. кв. У найближчий місяць планується зшити 90 виробів. Побудуйте математичну модель задачі, що дозволяє в найближчий місяць виконати план пошиття з мінімальною кількістю відходів.

Таблиця – Характеристики варіантів розкрою відрізів тканини по 10 м.кв.

Варіант розкрою	Кількість деталей, шт./відріз						Відходи, м.кв. /відріз
	1	2	3	4	5	6	
1	60	0	90	40	70	90	0,5
2	0,5	2	80	25	20	78	0,35
Комплектність, шт./вироб	1	2	2	2	2	2	

9. При виготовленні виробів В1 і В2 використовуються сталь і кольорові метали, а також токарські й фрезерні верстати. За технологічними нормами на виробництво одиниці виробу В1 потрібно 300 і 200 станко-годин відповідно токарського й фрезерного устаткування, а також 10 і 20 кг відповідно сталі й кольорових металів. Для виробництва одиниці виробу В2 потрібно 400, 100, 70 і 50 відповідних одиниць тих же ресурсів. Цех має в своєму розпорядженні 12400 і 6800 станко-годин відповідно токарського й фрезерного устаткування та 640 і 840 кг відповідно сталі й кольорових металів. Прибуток від реалізації одиниці виробу В1 становить 6 гр.од. і від одиниці виробу В2 – 16 гр.од.

Побудуйте математичну модель задачі, використовуючи як показник ефективності прибуток і враховуючи те, що час роботи фрезерних верстатів повинен використовуватися повністю.

10. В інституті проводиться конкурс на кращу стінгазету.

Одному студентові дано наступне доручення: 1) купити акварельні фарби за ціною 30 гр.од. за коробку, кольорові олівці за ціною 20 гр.од. за коробку, лінійки за ціною 12 гр.од., блокноти за ціною 10 гр.од.;

2) фарб потрібно купити не менше трьох коробок, блокнотів – стільки, скільки коробок олівців і фарб разом, лінійок не більше п'яти. На покупки виділяється не менше 300 гр.од.

У якій кількості студент повинен купити зазначені предмети, щоб загальне число предметів було найбільшим?

## Зміст і вихідні дані другого завдання

Надати розрахунок задачі лінійного програмування за допомогою симплекс-методу (табличний метод).

1.  $F(x) = 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 \geq 2 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 7 \\ x_k \geq 0, k = \overline{1,4} \end{cases}$$

2.  $F(x) = 9x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 2x_5 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 \leq 6 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 24 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 + x_5 = 30 \\ x_k \geq 0, k = \overline{1,5} \end{cases}$$

3.  $F(x) = 3x_3 - 2x_4 - x_5 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 = 5 \\ 3x_1 + 2x_3 - x_4 + 6x_5 = 7 \\ x_1 - x_3 + 2x_4 + x_5 = 2 \\ x_k \geq 0, k = \overline{1,5} \end{cases}$$

4.  $F(x) = 2x_1 + 3x_2 - x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_4 + x_5 = 16 \\ 3x_1 + 2x_3 + x_3 - 3x_4 = 18 \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_4 + x_6 = 24 \\ x_k \geq 0, k = \overline{1,6} \end{cases}$$

5.  $F(x) = x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 2 \\ x_k \geq 0, k = \overline{1,4} \end{cases}$$

6.  $F(x) = 3x_1 + 2x_3 - 6x_6 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 6x_6 \leq 18 \\ -3x_1 + 2x_3 + x_4 - 2x_6 \leq 24 \\ x_1 + 3x_3 + x_5 - 4x_6 \leq 36 \\ x_k \geq 0, k = \overline{1,6} \end{cases}$$

7.  $F(x) = 2x_1 - 6x_2 + 3x_5 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 + x_5 \leq 20 \\ -x_1 - 2x_2 + x_4 + 3x_5 \leq 24 \\ 3x_1 - x_2 - 12x_5 + x_6 \leq 18 \\ x_k \geq 0, k = \overline{1,6} \end{cases}$$

8.  $F(x) = x_1 + 3x_2 - 5x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 28 \\ -3x_1 + 5x_2 - 3x_4 + x_5 \leq 30 \\ 4x_1 - 2x_2 + 8x_4 + x_6 \leq 32 \\ x_k \geq 0, k = \overline{1,6} \end{cases}$$

9.  $F(x) = 8x_2 + 7x_4 + x_6 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_4 - 2x_6 \leq 12 \\ 4x_2 + x_3 - 4x_4 - 3x_6 \leq 12 \\ 5x_2 + 5x_4 + x_5 + x_6 \leq 25 \\ x_k \geq 0, k = \overline{1,6} \end{cases}$$

10.  $F(x) = 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 - 3x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - 4x_3 \leq 24 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 \leq 3 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_4 \leq 25 \\ x_2 + x_3 \leq 6 \\ x_k \geq 0, k = \overline{1,4} \end{cases}$$



## Зміст і вихідні дані третього завдання

Надати розрахунок транспортній задачі.

1. Студенти, у яких останні цифра залікової книжки 1 розраховують транспортну задачу методом північно-західного кута, а у яких 2 – методом найменших витрат.

		Постачальник				
		B1	B2	B3	B4	B5
Постачальник		150	350	200	100	100
A1	500	3	3	5	3	1
A2	300	4	3	2	4	5
A3	100	3	7	5	4	2

2. Студенти, у яких останні цифра залікової книжки 3 розраховують транспортну задачу методом північно-західного кута, а у яких 4 – методом найменших витрат.

		Постачальник			
		B1	B2	B3	B4
Постачальник		150	200	100	100
A1	100	1	3	4	2
A2	250	4	5	8	3
A3	200	2	3	6	7

3. Студенти, у яких останні цифра залікової книжки 5 розраховують транспортну задачу методом північно-західного кута, а у яких 6 – методом найменших витрат.

		Постачальник			
		B1	B2	B3	B4
Постачальник		11	17	7	9
A1	15	3	11	5	8
A2	16	3	6	1	11
A3	13	6	4	9	2

4. Студенти, у яких останні цифра залікової книжки 7 розраховують транспортну задачу методом північно-західного кута, а у яких 8 – методом найменших витрат.

		Постачальник				
		B1	B2	B3	B4	B5
Постачальник		130	75	60	60	10
A1	150	6	3	1	3	4
A2	90	2	2	7	5	6
A3	40	2	3	8	6	8
A4	55	7	4	5	2	6

5. Студенти, у яких останні цифра залікової книжки 9 розраховують транспортну задачу методом північно-західного кута, а у яких 0 – методом найменших витрат.

		Постачальник				
		B1	B2	B3	B4	B5
Постачальник		100	75	60	60	10
A1	150	5	3	3	4	5
A2	60	4	5	3	2	1
A3	55	5	1	8	10	4
A4	40	3	4	1	5	6

## ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абрамов Л. М. Математическое программирование / Л. М. Абрамов, В. Ф. Капустин. – Л.: Изд-во Ленинград. ун-та, 1976. – 184 с.
2. Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высш. шк., 1985. – 120 с.
3. Ашманов С. А. Линейное программирование. – М.: Наука, 1981.
4. Белман Р. Динамическое программирование. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1960.
5. Белман Р. Прикладные задачи динамического программирования / Р. Белман, С. Дрейфус. – М.: Наука, 1965.
6. Гольштейн Е. Г. Задачи линейного программирования транспортного типа / Е. Г. Гольштейн, Д. Б. Юдин. – М.: Наука, 1969.
7. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій: Підручник. – 4-те вид., перероб. і допов. – К., 2000. – 688 с.
8. Калихман И. Л., Войтенко М. А. Динамическое программирование в примерах и задачах / И. Л. Калихман, М. А. Войтенко – М.: Высш. шк., 1973.
9. Кремер Ш., Исследование операций в экономике: учеб. Пособие для вузов / Ш. Кремер – М.: ЮНИТИ, 2002. – 407 с.
10. Кузнецов Ю. Н. Математическое программирование / Ю. Н. Кузнецов, В. И. Кузубов, А. Б. Волощенко. – М.: Высш. школа, 1980. – 300 с.
11. Наконечний С. І. Математичне програмування: Навч. посіб. / С. І. Наконечний, С. С. Савіна. – К.: КНЕУ, 2003. – 452 с.
12. Нейман Дж. Теория игр и экономическое поведение / Дж. Нейман, О. Моргенштерн. – М.: Наука, 1970.
13. Романюк Т. П. Математичне програмування: Навч. посіб. / Т. П. Романюк, Т. О. Терещенко, Г. В. Присенко. – К.: ІЗМН, 1996. – 312 с.
14. Сергиенко И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации / И. В. Сергиенко. – К.: Наук. думка., 1985. – 384 с.
15. Степанюк В. В. Методи математичного програмування / В. В. Степанюк. – К.: Вища школа, 1997. – 272 с.

*Навчальне видання*

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання розрахунково-графічного завдання  
з дисципліни

# ОПТИМІЗАЦІЙНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ

*(для студентів всіх форм навчання  
за напрямом підготовки 6.030504 – Економіка підприємства)*

Укладач: **ЄСІНА** Валерія Олександрівна

Відповідальний за випуск : *Н. В. Водка*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання: *І. В. Волосожарова*

План 2013, поз. 267М

---

Підп. до друку 30.10.2013

Формат 60x84/16

Друк на ризографі.

Ум. друк. арк. 1,2

Зам. №

Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет  
міського господарства імені О. М. Бекетова,  
вул. Революції, 12, Харків, 61002

Електронна адреса: [rectorat@kname.edu.ua](mailto:rectorat@kname.edu.ua)

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК № 4705 від 28.03.2014 р.